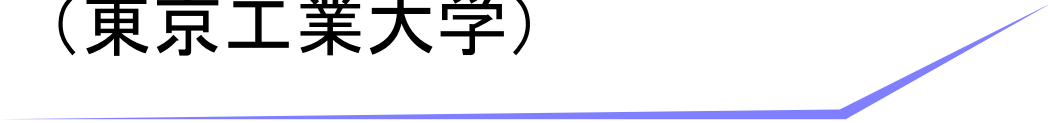


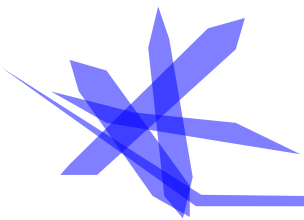
慶応義塾大学 足立研セミナー

モデル低次元化

—冗長なシステムから不可欠なサブシステムを抽出するには—

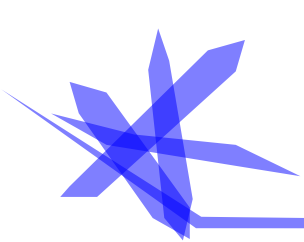
石崎 孝幸（東京工業大学）





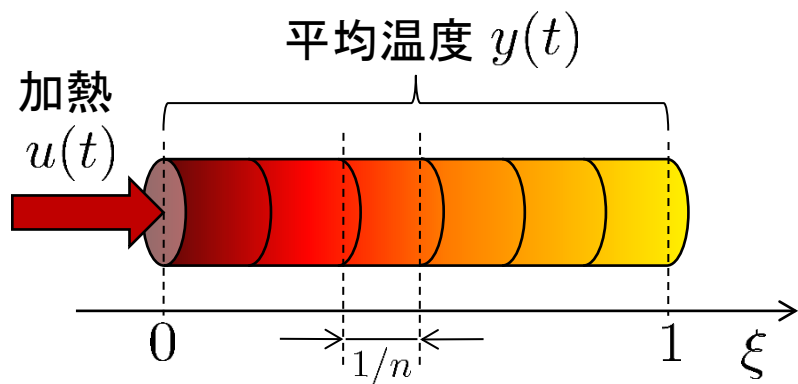
発表の構成

- ▶ はじめに: モデル低次元化とは
- ▶ パラメータマッチングに基づく低次元化
- ▶ 平衡実現の打ち切りによる低次元化
- ▶ ポジティブネットワークのクラスタ低次元化
- ▶ 受動的なシステムの特異摂動近似
- ▶ おわりに



熱拡散システムの低次元モデリング

熱拡散システム



$$\begin{cases} \frac{\partial x(\xi, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 x(\xi, t)}{\partial \xi^2}, \\ y(t) = \int_0^1 x(\xi, t) d\xi \end{cases} \quad \begin{cases} x(0, t) = u(t) \\ \left. \frac{\partial x(\xi, t)}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = 0 \end{cases}$$

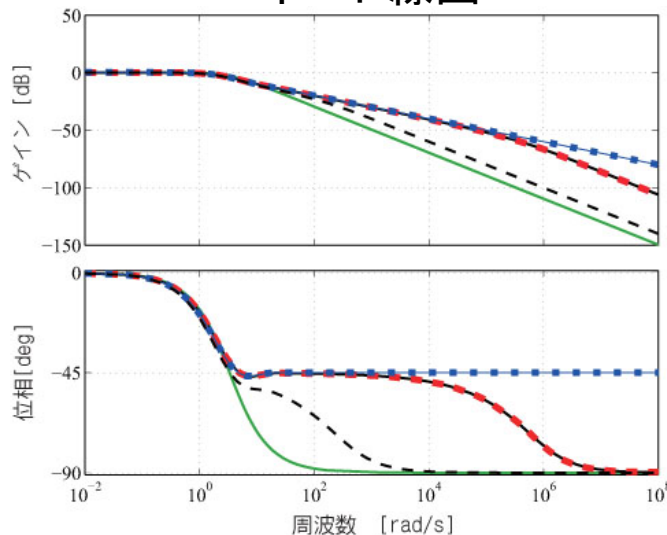
空間離散化

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

低次元近似

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \hat{A}\hat{x} + \hat{B}u \\ \hat{y} = \hat{C}\hat{x} \end{cases}$$

ボード線図



- G_∞
- 1次系
- G_{10}
- G_{500}
- $\hat{G}_{10}$



冗長性を削除！

無限次元 $G_\infty(s) = \frac{\sinh(\sqrt{s})}{\sqrt{s} \cosh(\sqrt{s})}$

n 次元 $G_n(s) = C(sI_n - A)^{-1}B$



$\hat{n}$ 次元 $\hat{G}_{\hat{n}}(s) = \hat{C}(sI_{\hat{n}} - \hat{A})^{-1}\hat{B}$



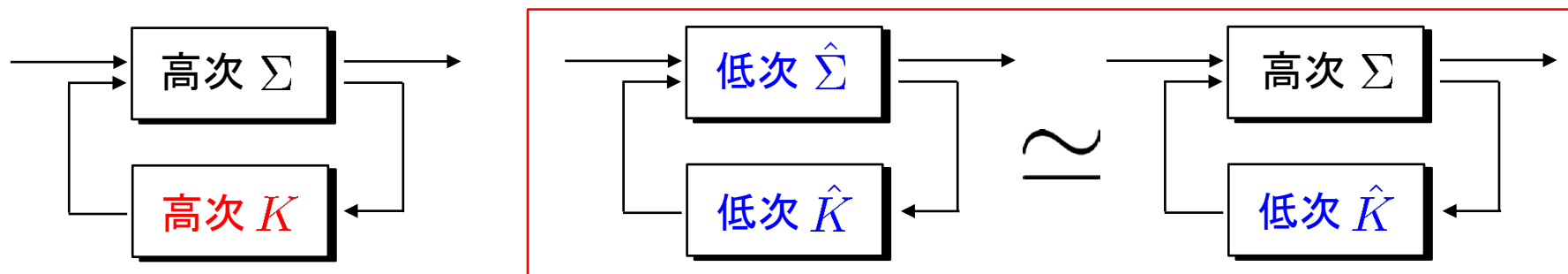
モデル低次元化問題

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad x \in \mathbb{R}^n \quad \xrightarrow[\substack{\text{低次元近似} \\ n \geq \hat{n}}]{\quad} \quad \hat{\Sigma} : \begin{cases} \dot{\hat{x}} = \hat{A}\hat{x} + \hat{B}u \\ \hat{y} = \hat{C}\hat{x} \end{cases} \quad \hat{x} \in \mathbb{R}^{\hat{n}}$$
$$G(s) = C(sI_n - A)^{-1}B \quad \hat{G}(s) = \hat{C}(sI_{\hat{n}} - \hat{A})^{-1}\hat{B}$$

【問題】与えられた Σ に対して $G(s) \simeq \hat{G}(s)$ を満たす $\hat{\Sigma}$ を求めよ.

低次元化の使いどころは？

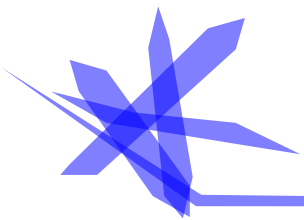
- ▶ 効率的なシステム解析 (数値シミュレーションなど)
- ▶ 低コストで実装可能な制御系の設計



☺良性能 ☹高コスト

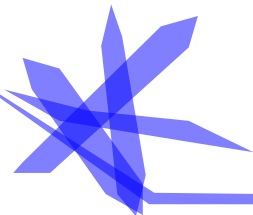
☺良性能 低コスト

✓ $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ 制御: 得られるコントローラはモデルと同程度の次元



発表の構成

- ▶ はじめに: モデル低次元化とは
- ▶ パラメータマッチングに基づく低次元化
- ▶ 平衡実現の打ち切りによる低次元化
- ▶ ポジティブネットワークのクラスタ低次元化
- ▶ 受動的なシステムの特異摂動近似
- ▶ おわりに



パラメータマッチングに基づく低次元化

$$\Sigma \text{ のインパルス応答: } Ce^{At}B = \textcolor{red}{CB} + \textcolor{red}{CAB} \frac{t}{1!} + \textcolor{red}{CA^2B} \frac{t^2}{2!} + \cdots$$

$$\checkmark G(s) = \mathcal{L}[Ce^{At}B] \simeq \mathcal{L}[\hat{C}e^{\hat{A}t}\hat{B}] = \hat{G}(s) \quad \textcolor{red}{\text{マルコフパラメータ}}$$

【問題】 すべての $k \in \{1, \dots, \hat{n}\}$ に対して $\hat{C}\hat{A}^{k-1}\hat{B} = \textcolor{red}{CA}^{k-1}B$ となる

$$\hat{A} \in \mathbb{R}^{\hat{n} \times \hat{n}}, \hat{B} \in \mathbb{R}^{\hat{n} \times m}, \hat{C} \in \mathbb{R}^{\hat{n} \times p} \text{ を求めよ.}$$

直交射影に基づくアプローチ

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \xrightarrow{\text{直交射影近似}} \hat{\Sigma} : \begin{cases} \dot{\hat{x}} = \textcolor{blue}{V}^T A \textcolor{blue}{V} \hat{x} + \textcolor{blue}{V}^T Bu \\ \hat{y} = C \textcolor{blue}{V} \hat{x} \end{cases}$$

正規直交性

$$\textcolor{blue}{V} \in \mathbb{R}^{n \times \hat{n}}, \quad v_i^T v_j = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$



$$\hat{C}\hat{A}^{k-1}\hat{B} = \textcolor{red}{CA}^{k-1}B$$

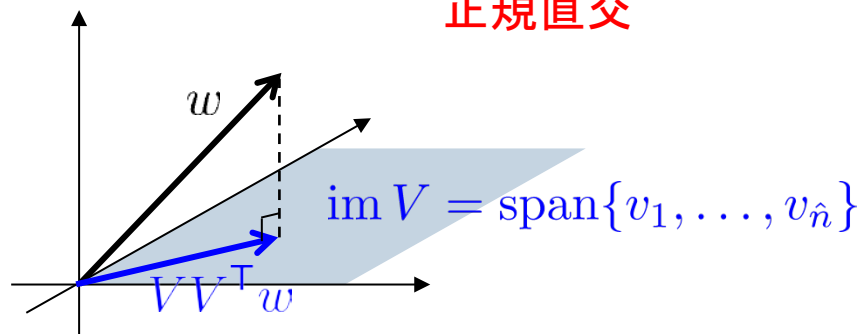
を満たす $\textcolor{blue}{V}$ とは？



可制御・可観測部分空間への直交射影

$V^T V = I_{\hat{n}}$ なる $V \in \mathbb{R}^{n \times \hat{n}}$ に対して $VV^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は $\text{im } V$ 上への直交射影行列

正規直交



$$w \in \text{im } V \Rightarrow VV^T w = w$$

射影しても変化しない!



【定理】

$\text{im } V = \text{im } [B, AB, \dots, A^{\hat{n}-1}B]$ または $\text{im } V = \text{im } [C^T, (CA)^T, \dots, (CA^{\hat{n}-1})^T]$ ならば, すべての $k \in \{1, \dots, \hat{n}\}$ に対して $\hat{C}\hat{A}^{k-1}\hat{B} = CA^{k-1}B$ が成り立つ.

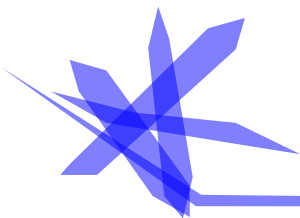
✓ 証明: $\hat{C}\hat{B} = CVV^T B = CB$

$$\hat{C}\hat{A}\hat{B} = \hat{C}V^T AVV^T B = CVV^T AB = CAB$$

⋮



可制御性?
可観測性?

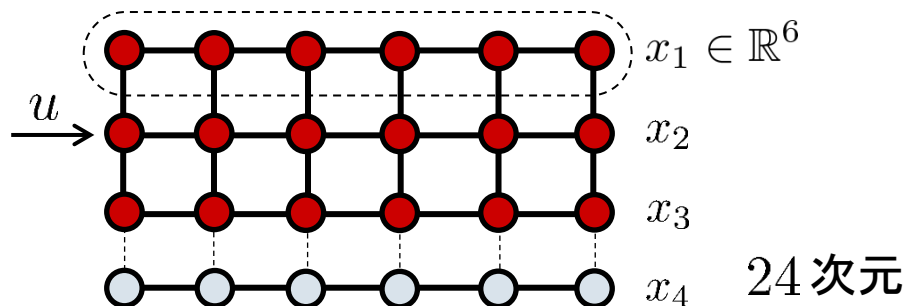
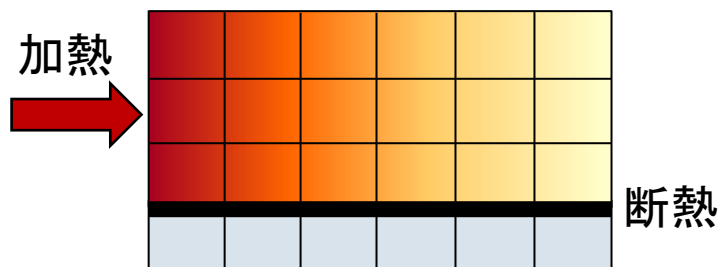


発表の構成

- ▶ はじめに: モデル低次元化とは
- ▶ パラメータマッチングに基づく低次元化
- ▶ 平衡実現の打ち切りによる低次元化
- ▶ ポジティブネットワークのクラスタ低次元化
- ▶ 受動的なシステムの特異摂動近似
- ▶ おわりに



低次元化と可制御性(可観測性)



完全な断熱: $x_4(t) = 0, \forall u(t)$

入力に関する対称性: $x_1(t) - x_3(t) = 0, \forall u(t)$



12次元は
不可制御! (削除可能)

$$G(s) = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \left(sI_n - \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} = C_1 (sI_{\hat{n}} - A_{11})^{-1} B_1 = \hat{G}(s)$$

厳密な低次元化

一方で...

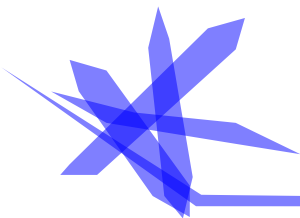
不完全な断熱: $x_4(t) \simeq 0, \forall u(t)$

不完全な対称性: $x_1(t) - x_3(t) \simeq 0, \forall u(t)$



削除しても
大丈夫?

可制御性(可観測性)の定量的な評価が必要



可制御性・可観測性の定量的な評価指標

可制御性・可観測性グラミアン

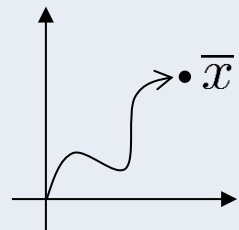
$$\Phi := \int_0^{\infty} e^{At} B (e^{At} B)^{\top} dt$$

$$\Psi := \int_0^{\infty} (C e^{At})^{\top} C e^{At} dt$$

リアプノフ方程式:

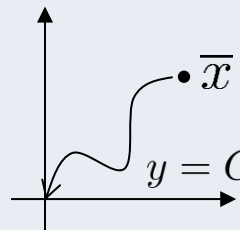
$$A\Phi + \Phi A^{\top} + BB^{\top} = 0$$

$$A^{\top}\Psi + \Psi A + C^{\top}C = 0$$



原点から $\bar{x}$ まで制御する
入力の最小エネルギー:

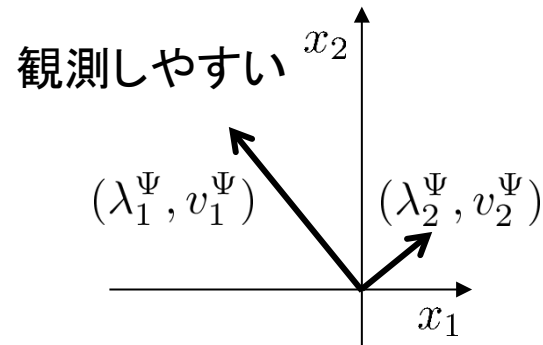
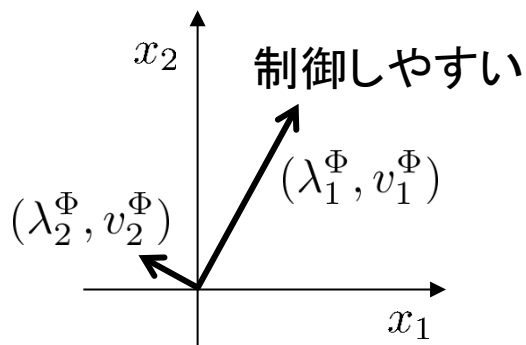
$$\bar{x}^{\top} \Phi^{-1} \bar{x}$$



$\bar{x}$ から原点への自律遷移で
生じる出力のエネルギー:

$$\bar{x}^{\top} \Psi \bar{x}$$

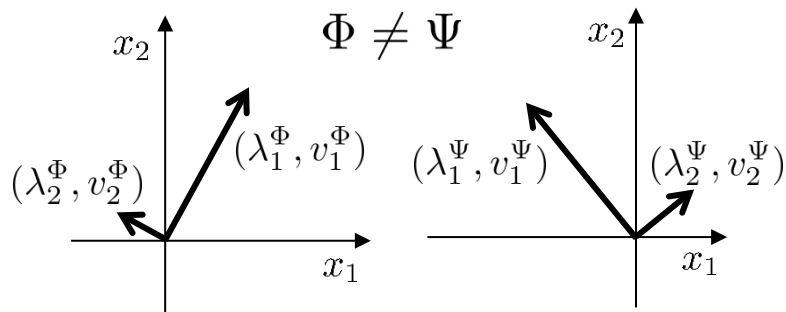
固有値・固有ベクトル:



平衡実現の打ち切りによる低次元化

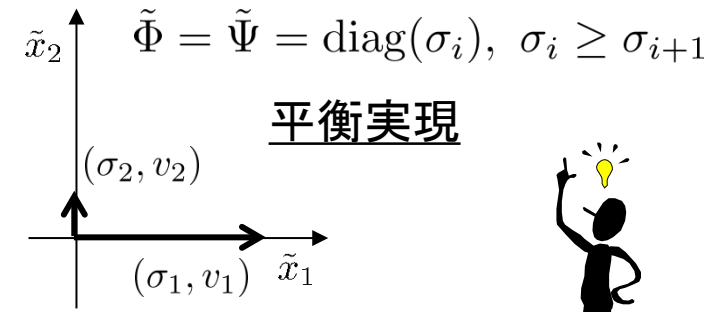
$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad \text{の座標変換 } \tilde{x} = Sx : \tilde{\Phi} = S\Phi S^T, \tilde{\Psi} = S^{-T}\Psi S^{-1}$$

【補題】 $\tilde{\Phi} = \tilde{\Psi} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ となる $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$ が存在する.



制御・観測のしやすさは方向ごとバラバラ

座標変換



$\tilde{x}_2$ は制御・観測しにくい!

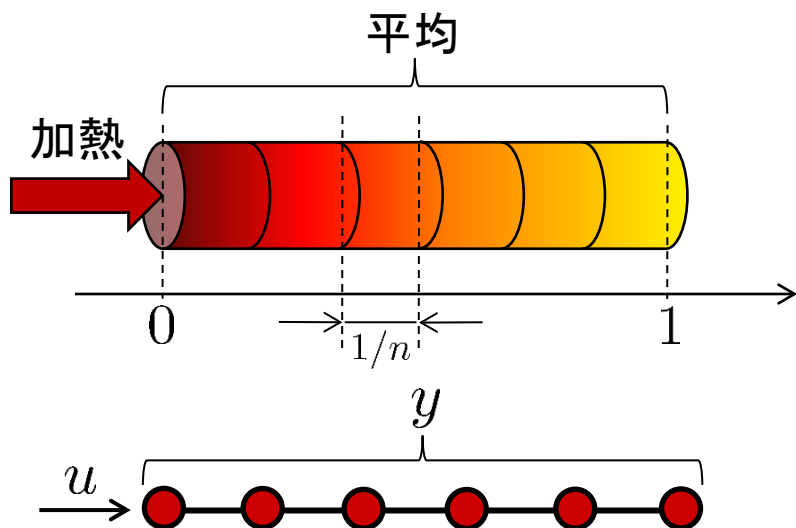


【定理】 平衡実現 $\tilde{\Sigma}$ に対して $\tilde{x}_1 \in \mathbb{R}^{\hat{n}}$ を考え、これに対応させて

$\hat{A} = \tilde{A}_{11}, \hat{B} = \tilde{B}_1, \hat{C} = \tilde{C}_1$ とする. このとき, $\hat{\Sigma}$ は安定であり

$\|G(s) - \hat{G}(s)\|_{\mathcal{H}_\infty} \leq 2(\sigma_{\hat{n}+1} + \dots + \sigma_n)$ が成り立つ.

再考：熱拡散システムの低次元化



$$A = n^2 \begin{bmatrix} -2 & 1 & & \\ 1 & -2 & 1 & \\ & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad B = n^2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

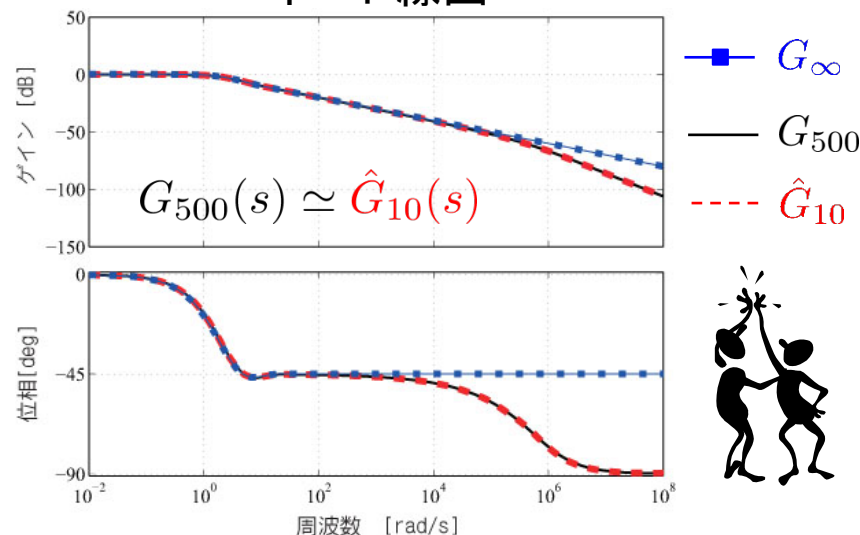
三重対角&メツラー

非負

$$C = n^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad \text{非負}$$

✓ ポジティブシステム: $Ce^{At}B \geq 0$

ボード線図

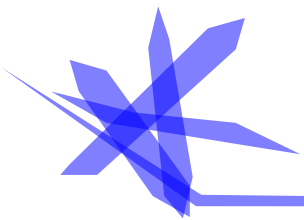


$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -5.1 & 19.0 & -33.6 & \cdots \\ 19.0 & -185.0 & 478.2 & \cdots \\ -33.6 & 478.2 & -1918.4 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

密行列&メツラー

$$\hat{B}^T = \hat{C} = \begin{bmatrix} -2.0 & 4.4 & -7.0 & \cdots \end{bmatrix} \quad \text{非負}$$

☺ $G(s) \simeq \hat{G}(s)$ ☹ 状態空間の構造を失う



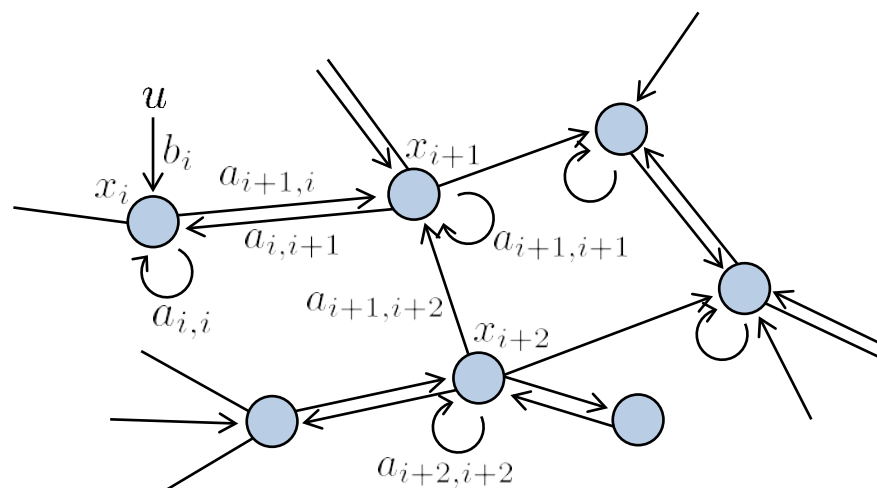
発表の構成

- ▶ はじめに: モデル低次元化とは
- ▶ パラメータマッチングに基づく低次元化
- ▶ 平衡実現の打ち切りによる低次元化
- ▶ ポジティブネットワークのクラスタ低次元化
- ▶ 受動的なシステムの特異摂動近似
- ▶ おわりに



ポジティブネットワークの低次元化

【定義】 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ が**メツラー**かつ $B \in \mathbb{R}_{\geq 0}^{n \times m}$ のとき
 $\Sigma : \dot{x} = Ax + Bu$ を**ポジティブネットワーク**と呼ぶ.



✓ **非負性** : $x(t) \in \mathbb{R}_{\geq 0}^n, \forall u(t) \in \mathbb{R}_{\geq 0}^m$

熱拡散システム (温度)

コンパートメントシステム (濃度)

マルコフ連鎖 (確率)

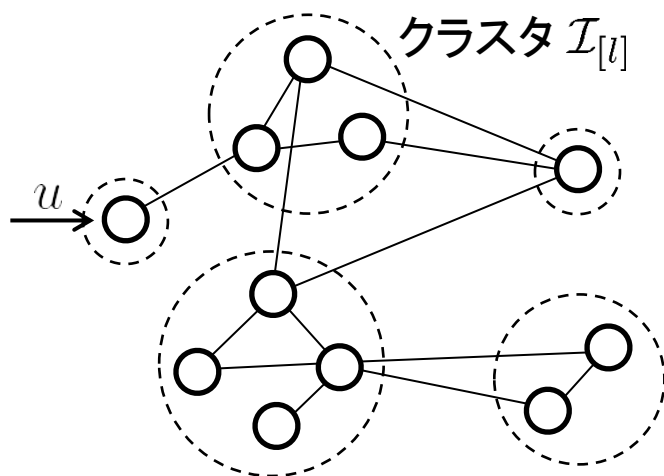


ネットワーク構造や非負性を
保存しながら低次元化？



クラスタ低次元化

$$\Sigma : \dot{x} = Ax + Bu$$



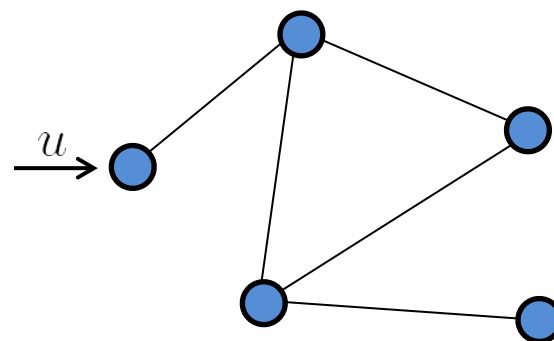
$$P = \begin{bmatrix} p_{[1]} & & \\ & \ddots & \\ & & p_{[\hat{n}]} \end{bmatrix}$$

直交射影近似

$p_{[l]} : \text{非負ベクトル}$

$$\hat{\Sigma} : \begin{cases} \dot{\xi} = P^T A P \xi + P^T B u \\ \hat{x} = P \xi \end{cases}$$

クラスタの集約化



クラスタ間のネットワーク構造 & 非負性を保存 😊



$x(t) \simeq \hat{x}(t)$ となる
クラスタを探すには？

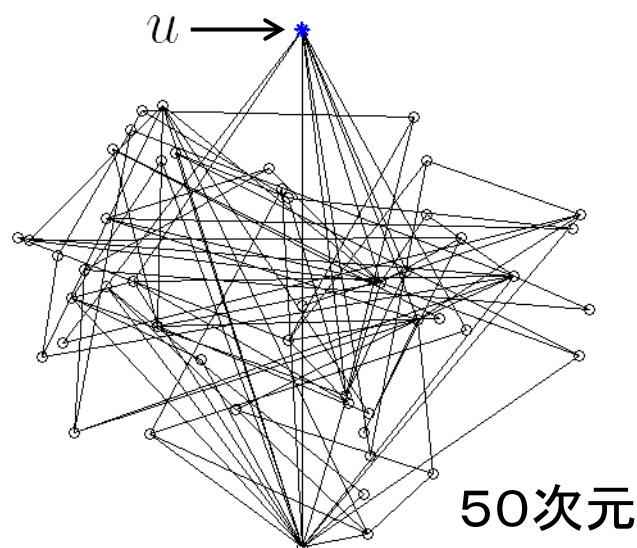
✓ 簡単のため

$$p_{[l]} = \frac{1}{\sqrt{|\mathcal{I}_{[l]}|}} \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{平均化}$$



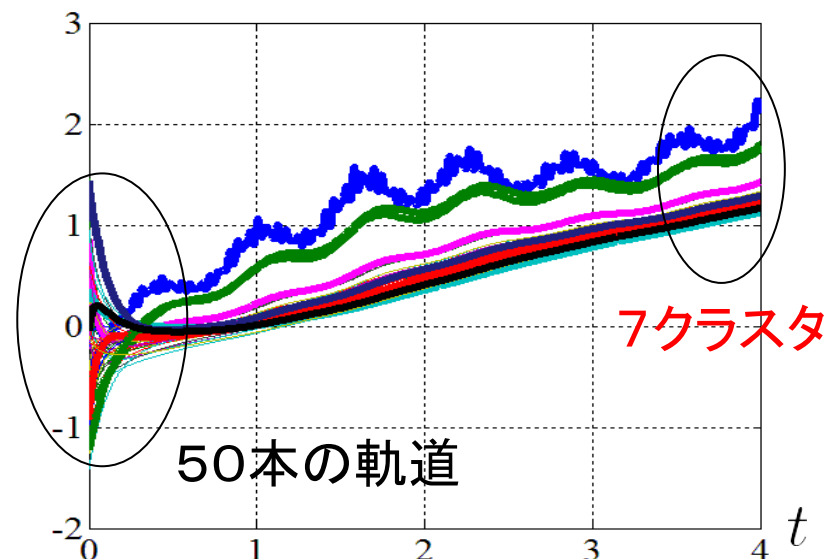
クラスタの可約性

$$\Sigma : \dot{x} = Ax + Bu \quad (\text{安定})$$



$a_{i,j} \in [0, 1]$ はランダムに選択

ランダムな u に対する x の軌道



7次元に集約可能？

【定義】 すべての $i, j \in \mathcal{I}_{[l]}$ およびすべての $u(t)$ に対して
 $x_i(t) = x_j(t)$ が成り立つとき、クラスタ $\mathcal{I}_{[l]}$ は可約であると呼ぶ。

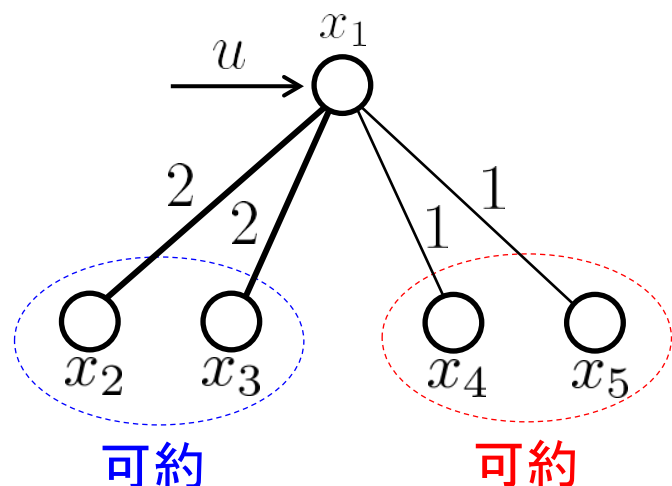


可約性の判定

$$\Sigma : \dot{x} = Ax + Bu$$

$$\text{可制御性グラミアン } \Phi = \int_0^\infty e^{At} B (e^{At} B)^T dt$$

$$\text{のコレスキー分解 } \Phi = \Phi_{\frac{1}{2}} \Phi_{\frac{1}{2}}^T$$



$$x_2(t) = x_3(t), \quad x_4(t) = x_5(t), \quad \forall u(t)$$

$$\Phi_{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} 0.39 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.21 & 0.19 & 0 & 0 & 0 \\ 0.21 & 0.19 & 0 & 0 & 0 \\ 0.24 & 0.18 & 0.05 & 0.00 & 0 \\ 0.24 & 0.18 & 0.05 & 0.00 & 0 \end{bmatrix}$$

同じ

同じ

行ベクトルの比較により判定



【補題】 クラスタ $\mathcal{I}_{[l]}$ が可約であるための必要十分条件は
すべての $i, j \in \mathcal{I}_{[l]}$ に対して $\text{row}_i[\Phi_{\frac{1}{2}}] = \text{row}_j[\Phi_{\frac{1}{2}}]$ が成り立つことである.



定量的なクラスタの可約性

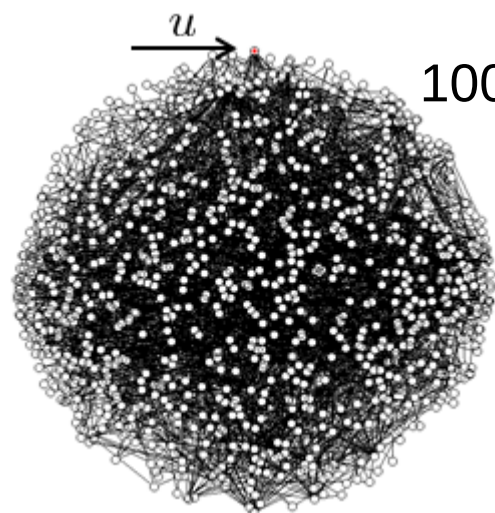
【定義】 すべての $i, j \in \mathcal{I}_{[l]}$ に対して $\left\| \text{row}_i[\Phi_{\frac{1}{2}}] - \text{row}_j[\Phi_{\frac{1}{2}}] \right\| \leq \theta$
が成り立つとき、クラスタ $\mathcal{I}_{[l]}$ は θ 可約 であると呼ぶ。

【定理】 すべてのクラスタが θ 可約であるならば、 $\hat{\Sigma}$ は

$$\|G(s) - \hat{G}(s)\|_{\mathcal{H}_2} \leq \gamma \sqrt{\sum_{l=1}^{\hat{n}} |\mathcal{I}_{[l]}| (|\mathcal{I}_{[l]}| - 1) \theta}$$

を満たす安定なポジティブネットワークである。

精度を規定する
パラメータ



1000ノード

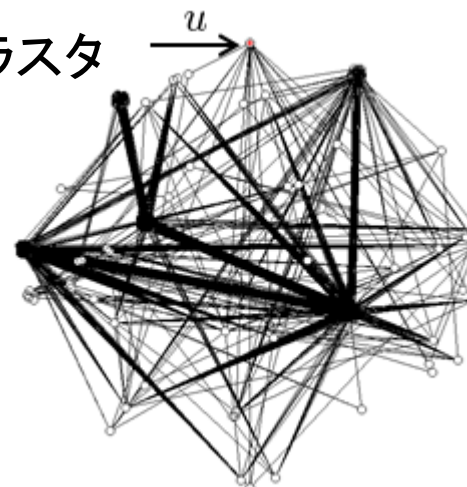
クラスタ低次元化



$$\theta = 1.5$$

(誤差5%程度)

47クラスタ

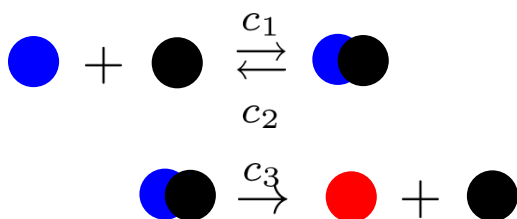


不可欠なクラスタ
構造を抽出！



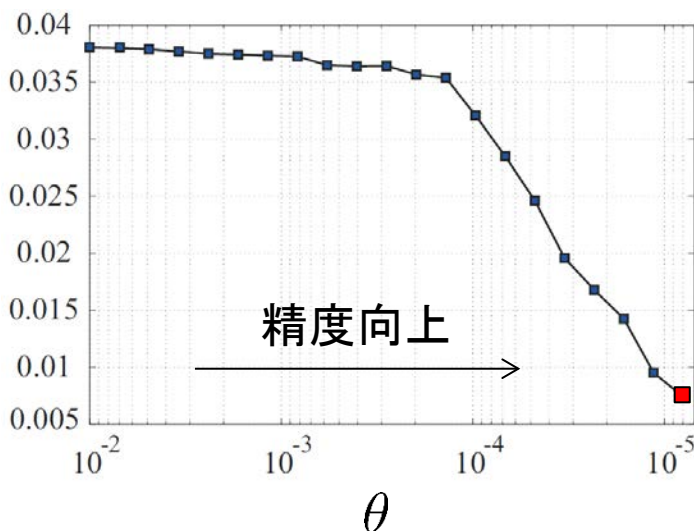
適用例：化学マスター方程式

Michaelis-Mentenシステム

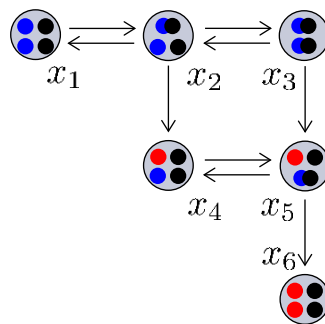


$$(c_1 = 1, c_2 = 0.01, c_3 = 3)$$

近似誤差



例) $t = 0$ のとき
●と●がふたつずつ



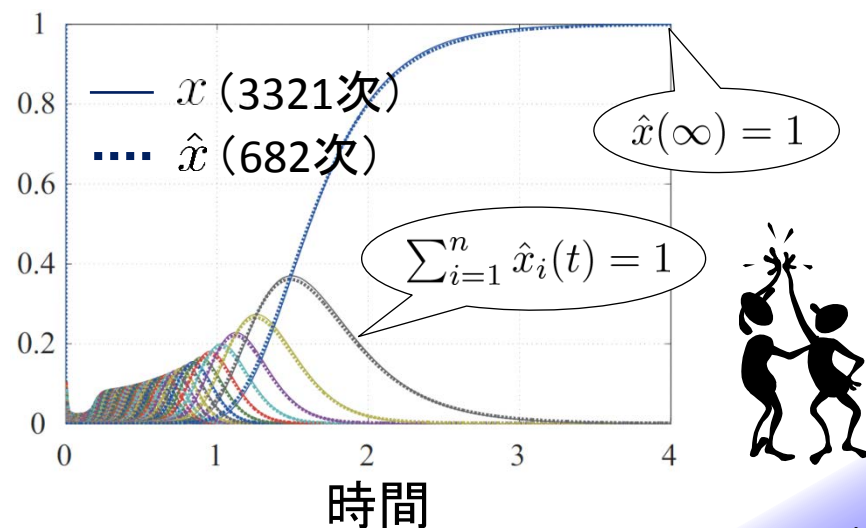
マルコフ連鎖表現

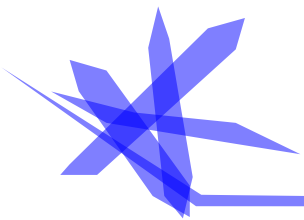
$$\dot{x} = Ax, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\checkmark \sum_{i=1}^n x_i(t) = 1, \quad x_n(\infty) = 1$$

$x \in [0, 1]^n$: 各分子個数の実現確率

実現確率





発表の構成

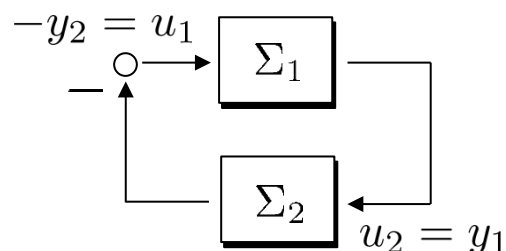
- ▶ はじめに: モデル低次元化とは
- ▶ パラメータマッチングに基づく低次元化
- ▶ 平衡実現の打ち切りによる低次元化
- ▶ ポジティブネットワークのクラスタ低次元化
- ▶ 受動的なシステムの特異摂動近似
- ▶ おわりに



直交射影による受動性の保存

【定義】 ある $V \succ 0$ に対して $f(t) := x^T(t)Vx(t)$ とする.

このとき, $\dot{f}(t) < y^T(t)u(t)$ ならば, Σ は受動的であると呼ぶ.



$$\dot{f}_1 + \dot{f}_2 < y_1^T u_1 + y_2^T u_2 = 0$$

リアプノフ関数

結合系の安定性を保証!



$V = V_{\frac{1}{2}}^T V_{\frac{1}{2}}$ による座標変換 $\tilde{x} = V_{\frac{1}{2}} x : f(t) = \tilde{x}(t)^T \mathbf{I}_n \tilde{x}(t)$

$$\dot{f}(t) < y^T(t)u(t) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \tilde{A}^T + \tilde{A} & \tilde{B} + \tilde{C}^T \\ \tilde{B}^T + \tilde{C} & \tilde{D} + \tilde{D}^T \end{bmatrix} \prec 0$$

【補題】 $\tilde{\Sigma}$ の任意の直交射影により得られる $\hat{\Sigma}$ は受動性を保存する.

証明: $\hat{A} = P^T \tilde{A} P$, $\hat{B} = P^T \tilde{B}$, $\hat{C} = \tilde{C} P$, $\hat{D} = \tilde{D}$ に対して

$$\begin{bmatrix} \hat{A}^T + \hat{A} & \hat{B} + \hat{C}^T \\ \hat{B}^T + \hat{C} & \hat{D} + \hat{D}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{A}^T + \tilde{A} & \tilde{B} + \tilde{C}^T \\ \tilde{B}^T + \tilde{C} & \tilde{D} + \tilde{D}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix} \prec 0$$



特異摂動近似に基づく低次元化

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad \begin{matrix} \begin{bmatrix} P^\top \\ \bar{P}^\top \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \\ \Longleftrightarrow \\ \text{正規直交行列} \\ \text{で座標変換} \end{matrix} \quad \Sigma' : \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P^\top AP & P^\top A\bar{P} \\ \bar{P}^\top AP & \bar{P}^\top A\bar{P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P^\top B \\ \bar{P}^\top B \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} CP & C\bar{P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} + Du \end{cases}$$

$$0 = \bar{P}^\top AP\xi + \bar{P}^\top A\bar{P}\eta + \bar{P}^\top Bu$$



特異摂動近似



$$\hat{\Sigma} : \begin{cases} \dot{\hat{\xi}} = \hat{A}\hat{\xi} + \hat{B}u \\ \hat{y} = \hat{C}\hat{\xi} + \hat{D}u \end{cases}$$

η を静的な状態とみなして近似！

$$\hat{A} := P^\top AP + P^\top A\Pi AP$$

$$\hat{B} := P^\top B + P^\top A\Pi B$$

$$\hat{C} := CP + C\Pi AP$$

$$\hat{D} := D + C\Pi B$$

$$\Pi := -\bar{P}(\bar{P}^\top A\bar{P})^{-1}\bar{P}^\top$$

P により一意に定まる

P をうまく選べば...



受動性を保存？

$$y(t) \simeq \hat{y}(t) ?$$



特異摂動近似による受動性の保存

【補題】 $\text{im } C^T \subseteq \text{im } P$ のとき, $\hat{\Sigma}$ は

$$\hat{A} = P^T A P, \quad \hat{B} = P^T B, \quad \hat{C} = C P, \quad \hat{D} = D$$

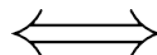
と表せる. ただし, $P := (P^T + P^T A \Pi)^T \in \mathbb{R}^{n \times \hat{n}}$ とする.



直交射影と同様の表現が可能!

$$\tilde{x} = V_{\frac{1}{2}} x$$

Σ : 受動的



$\tilde{\Sigma}$: 受動的

$$f(t) = x(t)^T V x(t)$$

座標変換

$$f(t) = \tilde{x}(t)^T \tilde{x}(t)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}^T + \tilde{A} & \tilde{B} + \tilde{C}^T \\ \tilde{B}^T + \tilde{C} & \tilde{D} + \tilde{D}^T \end{bmatrix} \prec 0$$

【定理】 $\text{im } C^T \subseteq \text{im } P$ のとき

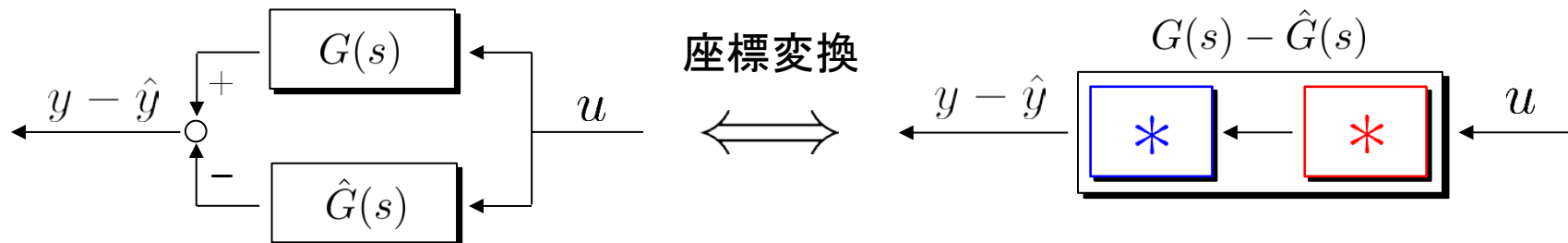
$\tilde{\Sigma}$ の特異摂動近似により得られる $\hat{\Sigma}$ は受動性を保存する.

$$\text{証明: } \begin{bmatrix} \hat{A}^T + \hat{A} & \hat{B} + \hat{C}^T \\ \hat{B}^T + \hat{C} & \hat{D} + \hat{D}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{A}^T + \tilde{A} & \tilde{B} + \tilde{C}^T \\ \tilde{B}^T + \tilde{C} & \tilde{D} + \tilde{D}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & I_m \end{bmatrix} \prec 0$$

近似誤差の解析

【補題】 誤差システムは $G(s) - \hat{G}(s) = \hat{\Xi}(s) \bar{P} \bar{P}^T X(s)$ と分解できる.

ただし $\begin{cases} \hat{\Xi}(s) := \hat{C}(sI_{\hat{n}} - \hat{A})^{-1}(P^T + P^T A \Pi) + C \Pi \\ X(s) := -A(sI_n - A)^{-1}B - B \end{cases}$ である.



$\text{im}[B, C^T] \subseteq \text{im} P$ のとき

✓ 可制御性グラミアン $\Phi = \int_0^\infty e^{At} B (e^{At} B)^T dt$

$$A + A^T + \gamma^{-1}(I_n + C^T C) \prec 0 \Rightarrow \|\hat{\Xi}(s) \bar{P}\|_{\mathcal{H}_\infty} < \gamma$$

$$\sqrt{\text{tr} \bar{P}^T (A \Phi A^T) \bar{P}} \leq \theta \Rightarrow \|\bar{P}^T X(s)\|_{\mathcal{H}_2} \leq \theta$$

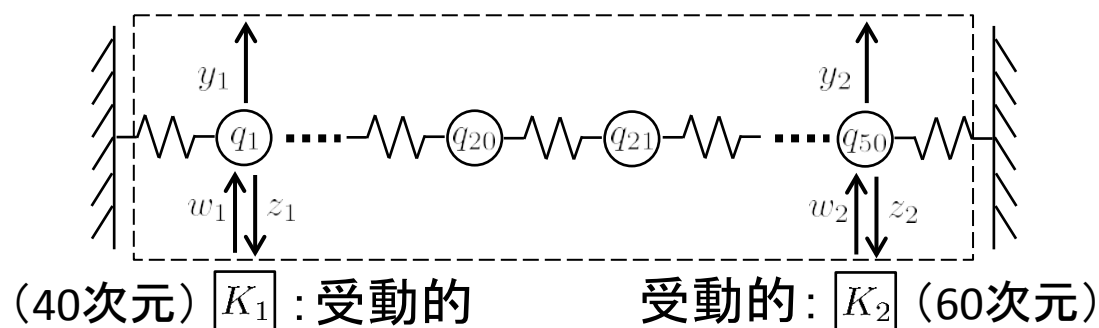
精度を規定する
パラメータ

【定理】 上の条件を満たす P に対して $\|G(s) - \hat{G}(s)\|_{\mathcal{H}_2} \leq \gamma \theta$ が成り立つ.

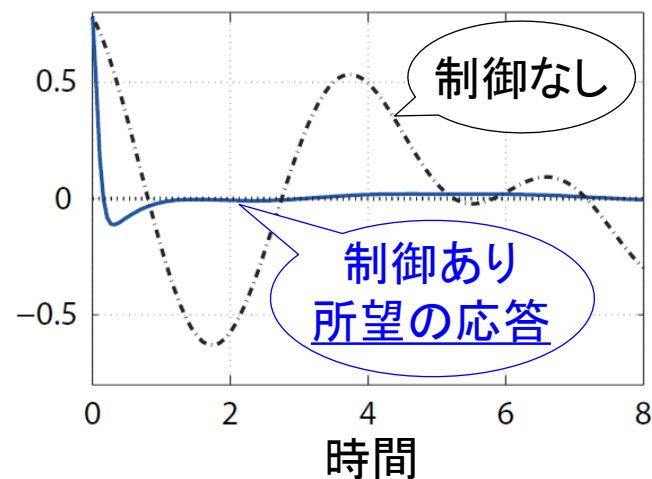
適用例：受動的なコントローラの低次元化

制振制御系

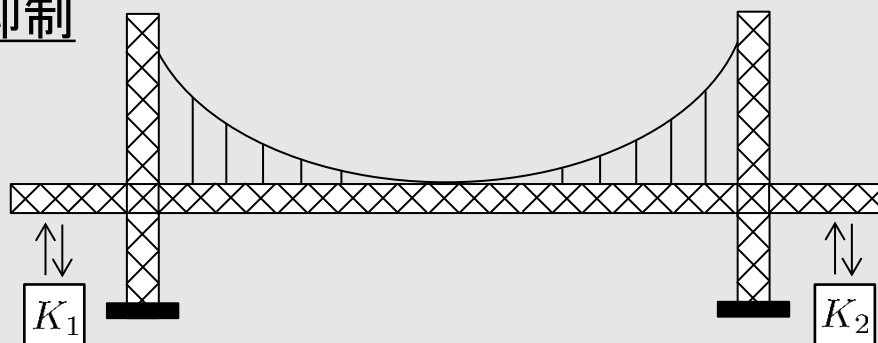
Σ : 受動的 (100次元)



開・閉ループ系の出力 y_1



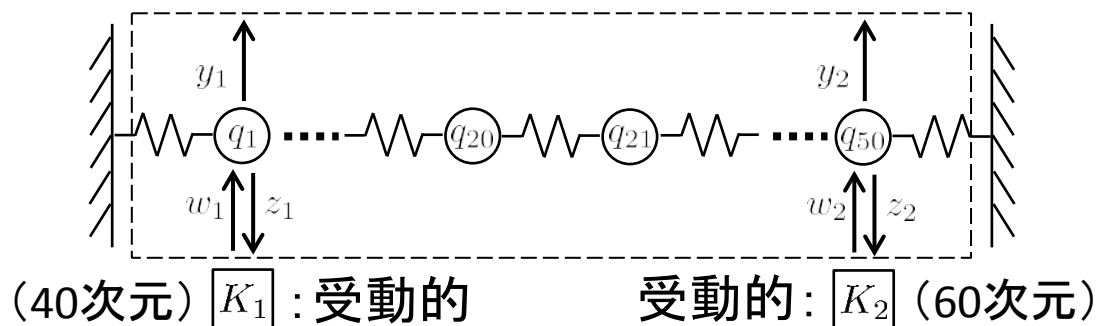
橋の振動抑制



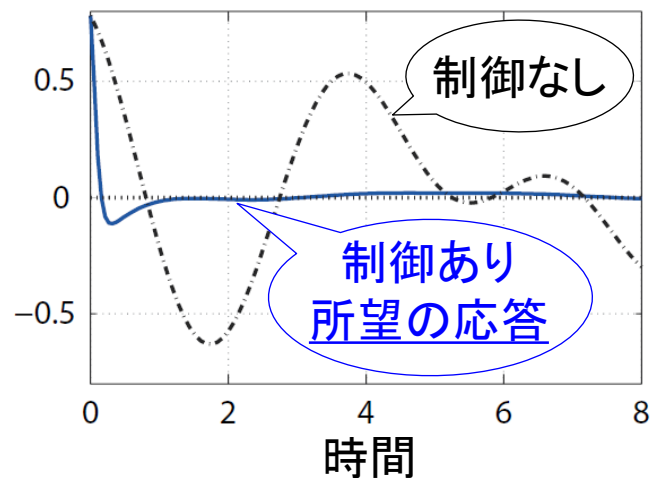
適用例：受動的なコントローラの低次元化

制振制御系

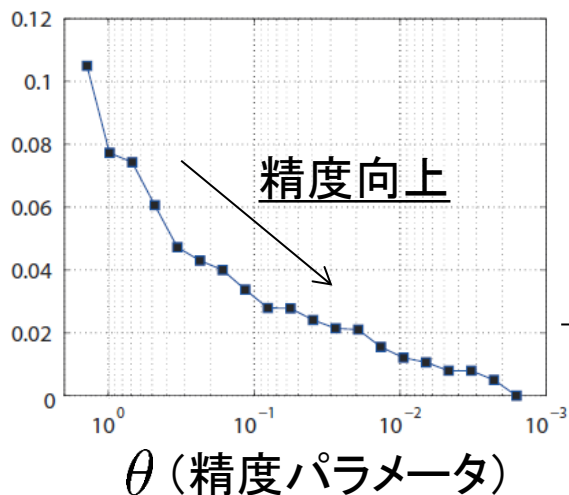
Σ : 受動的 (100次元)



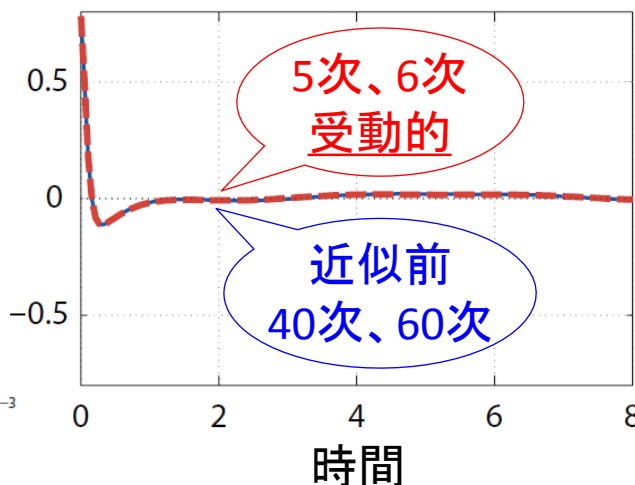
開・閉ループ系の出力 y_1



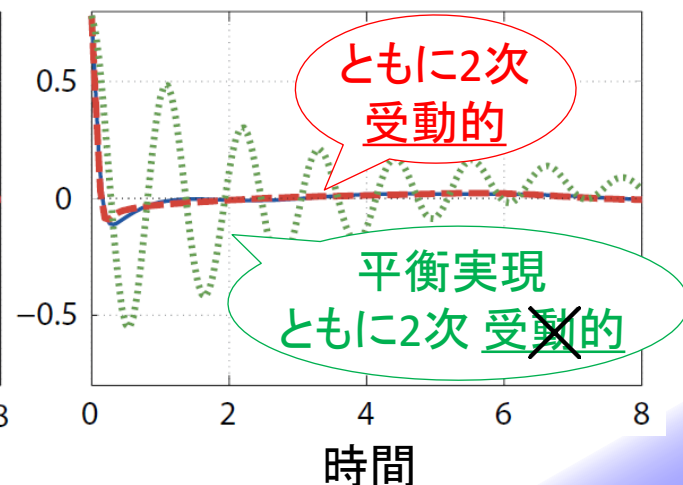
閉ループ系の近似誤差

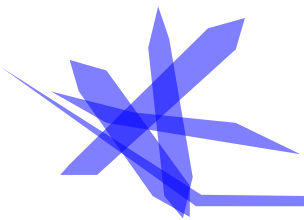


近似閉ループ系の出力



平衡実現との比較



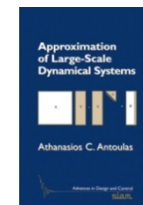


おわりに

- ▶ モデル低次元化
 - ▶ 冗長なシステムから不可欠なサブシステムを抽出するツール
 - ▶ 入出力応答(伝達関数)の近似
 - ▶ システム構造・特性(ネットワーク構造、非負性、受動性 etc...)の保存
 - ▶ パラメータマッチングに基づく低次元化
 - ▶ 平衡実現の打ち切りによる低次元化
 - ▶ クラスタ低次元化
 - ▶ 特異摂動近似に基づく低次元化
- [1] }
- [2] }

[1] A.C. Antoulas “Approximation of large-scale dynamical systems” SIAM 2005

[2] Homepage: <http://www.cyb.mei.titech.ac.jp/members/ishizaki/index.html>



ご清聴ありがとうございました